

基于 20-sim 的双框架陀螺仪键合图建模与仿真

孟少明¹, 聂慧萍², 李群松¹

(1. 湖南化工职业技术学院机械系, 株洲 412000;

2. 中航工业南方航空工业(集团)有限公司, 株洲 412000)

[摘要] 针对传统建模方法对陀螺结构进行建模时, 存在推导过程复杂, 直观性不好的问题, 本文采用键合图建模方法建立双框架陀螺仪的键合图模型。首先根据陀螺仪的空间运动关系, 建立系统的拉格朗日方程; 然后基于拉格朗日方程与键合图模型的对应关系, 采用调整转换器和调整回转器建立了陀螺仪的完整键合图模型, 并采用 20-sim 软件对模型进行了仿真分析, 仿真结果验证了模型的正确性。

关键词: 陀螺仪; 拉格朗日方程; 键合图; 建模; 仿真

Modeling and Simulation of Dual-Frame Gyroscope Based on Bond Graph of 20-sim

MENG Shaoming¹, NIE Huiping², LI Qunsong¹

(1. Hunan Chemical Industry Vocation Technology College, Zhuzhou, 412000, China;

2. AVIC South Aviation Industry Co., Ltd., Zhuzhou 412000, China)

[ABSTRACT] Aiming at the derivation process is complex and intuitive bad for traditional modeling of gyroscope structure, a bond graph method to establish the bond graph model of dual-frame gyroscope is proposed in this paper. First, the Lagrange equations of the system are established based on the space motion relationship of the gyroscope. Then, the bond graph model is proposed by adjusting the converter and the gyrator according to the corresponding relations of the Lagrange equations and bond graph model. Finally, the 20-sim software is applied to simulate the model and the results verify its credibility.

Keywords: Gyroscope; Lagrange equation; Bond graph; Modeling; Simulation

DOI:10.16080/j.issn1671-833x.2016.06.064

键合图建模方法是 20 世纪 60 年代由美国 MIT 的 Henry Paynter 教授提出的一种用统一的方式处理多能域耦合的工程系统的动态分析图形化建模方法^[1]。与其他建模方法相比, 键合图采用图形化的方式直观地描述了系统各元件之间的相互连接关系、变量因果关系和能量传输关系更能深入表达系统内部状态的变化过程, 其可用于多输入、多输出系统, 线性和非线性系统的模拟。因此, 在多体动力系统^[2-3]、热力学系统^[4]和电子系统^[5]等多个领域得到了广泛而成功的应用。

陀螺仪作为一种惯性级精密仪表被广泛应用于航空、航天、航海和地下勘探等领域。随着科技的快速发展, 对陀螺仪的工作精度日益提高, 因此, 首先要建立陀螺仪的动力学模型, 以便从结构设计、加工工艺以及外部补偿等方面对陀螺仪的误差进行分析, 提高陀螺仪的工作精度。采用传递函数分析方法对陀螺结构进行建模, 推导过程复杂, 直观性不好, 不便于分析制造误差给陀螺带来的影响, 也不利于实现结构和控制一体化建

模、仿真与动力学分析。

本文以双框架陀螺仪为例, 首先建立陀螺仪的拉格朗日方程, 然后根据拉格朗日方程建立系统的键合图模型, 并用 20-sim 仿真软件对所建立的键合图模型进行仿真分析, 验证模型的正确性。

1 建立陀螺仪的拉格朗日方程

双框架陀螺仪的结构如图 1 所示^[6], 有内、外两个平衡环, 内平衡环通过一对内转轴连接在外平衡环上, 外平衡环通过一对与内转轴正交的外转轴连接在壳体上, 内平衡环上有一转子, 用来平衡整个框架系统。为了建模方便, 设转子的质心与内平衡环中心的距离 l 为零。外平衡环可沿惯性坐标系 $O-XYZ$ 中的 Z 自由选择, 旋转角定义为 ϕ 。内圈可以沿 XY 平面内的 ξ 轴自由转动, 旋转角定义为 θ 。转子所在的轴 ζ 垂直于轴 ξ , 自转角定义为 ψ 。为了建立陀螺仪的拉格朗日方程, 用 3 个欧拉角 ϕ 、 θ 、 ψ 来定义转子的运动。用符号 C

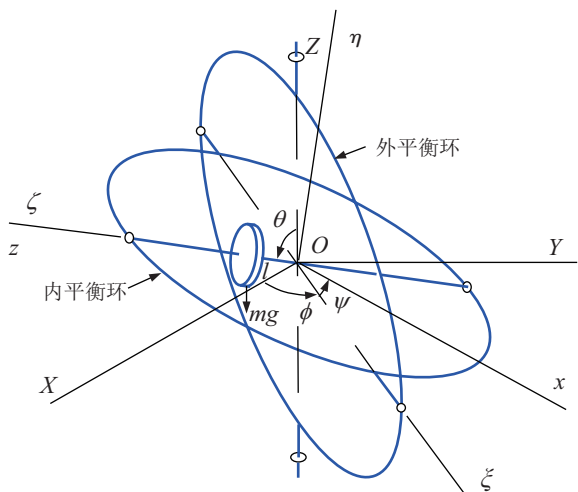


图1 陀螺仪示意图
Fig.1 Schematic diagram of gyroscope

表示转子关于轴 ζ 的转动惯量,符号 A 表示转子关于轴 ξ 的转动惯量。内平衡环关于轴 ξ 、 η 、 ζ 的转动惯量分别用 A' 、 B' 、 C' 表示。外平衡环关于轴 Z 的转动惯量用 C'' 表示。则系统的拉格朗日函数可表示为:

$$L = T = \frac{1}{2} \left((A + A')\dot{\theta}^2 + (A + B')\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + C(\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 + C'\dot{\phi}^2 \cos^2 \theta + C''\dot{\phi}^2 \right), \quad (1)$$

代入拉氏方程,得系统的运动微分方程如下:

$$N_\theta = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = (A + B')\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + 2(A + B')\dot{\phi}\dot{\theta} \sin \theta \cos \theta + C(\dot{\phi} \cos \theta - \dot{\phi}\dot{\theta} \sin \theta + \dot{\psi}) \cos \theta - C(\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})\dot{\theta} \sin \theta + C'\dot{\phi} \cos^2 \theta - 2C'\dot{\phi}\dot{\theta} \sin \theta \cos \theta + C''\dot{\phi} \quad (2)$$

$$N_\psi = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = C(\dot{\phi} \cos \theta - \dot{\phi}\dot{\theta} \sin \theta + \dot{\psi}), \quad (3)$$

$$N_\phi = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = (A + A')\ddot{\theta} + C(\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})\dot{\phi} \sin \theta - (A + B' - C')\dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta, \quad (4)$$

式中, N_θ, N_ψ, N_ϕ 为广义转矩。由式(2)~(4)可知,系统的运动微分方程由3个二阶的耦合方程组成,包含6个状态变量 $\theta, \dot{\theta}, \phi, \dot{\phi}, \psi, \dot{\psi}$, 由于 ϕ 和 ψ 没有在方程(2)~(4)中显示出现,因此,系统可用方程(2)~(4)及 $\dot{\theta} = \frac{d}{dt}(\theta)$ 这4个状态方程描述。

2 基于拉格朗日方程的键合图建模

由于在键和图中流 f 具有 $\frac{1}{2}I \cdot f^2$ 的形式,因此,对式(1)进行整理,得到系统的5个流变量如下:

$$f_1 = \dot{\theta}, \quad (5)$$

$$f_2 = \dot{\phi}, \quad (6)$$

$$f_3 = \dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}, \quad (7)$$

$$f_4 = \dot{\phi} \cos \theta, \quad (8)$$

$$f_5 = \dot{\phi} \sin \theta. \quad (9)$$

分别对式(1)中的各项进行求导,得到系统的5个广义动量如下:

$$p_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} (A + A') \dot{\theta}^2 \right) = (A + A') \dot{\theta} \ddot{\theta}, \quad (10)$$

$$p_2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C'' \dot{\phi}^2 \right) = C'' \dot{\phi} \ddot{\phi}, \quad (11)$$

$$p_3 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 \right) = C (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}) (\ddot{\phi} \cos \theta - \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta + \ddot{\psi}), \quad (12)$$

$$p_4 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C' \dot{\phi}^2 \cos^2 \theta \right) = C' \dot{\phi} \ddot{\phi} \cos^2 \theta - C' \dot{\phi}^2 \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta, \quad (13)$$

$$p_5 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} (A + B') \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta \right) = (A + B') \dot{\phi} \ddot{\phi} \sin^2 \theta + (A + B') \dot{\phi}^2 \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta, \quad (14)$$

将式(10)~(14)中的5个广义动量分别除以式(5)~(9)中的5个流变量,得到与惯性元件 I 相连的1-结上的势变量关系为:

$$effort_1 = (A + A') \ddot{\theta}, \quad (15)$$

$$effort_2 = C'' \ddot{\phi}, \quad (16)$$

$$effort_3 = C (\ddot{\phi} \cos \theta - \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta + \ddot{\psi}), \quad (17)$$

$$effort_4 = C' \ddot{\phi} \cos^2 \theta - C' \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta, \quad (18)$$

$$effort_5 = (A + B') \ddot{\phi} \sin^2 \theta + (A + B') \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta. \quad (19)$$

因此,根据键合图建模法则及公式(5)~(19)可得到系统的基本键合图结构如图2所示。

图2中惯性元件 $I_1 \sim I_5$ 分别表示式(5)~(19)中的转动惯量 $C, C', C'', A+B'$ 和 $A+A'$ 。由图2可知,惯性元件 I_5 孤立于系统之外,为了建立系统完整的键合图模型,将式(4)重新整理为:

$$N_\phi = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = (A + A') \ddot{\theta} + (C(\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})) \dot{\phi} \sin \theta + (C' \dot{\phi} \cos \theta) \dot{\phi} \sin \theta - ((A + B') \dot{\phi} \sin \theta) \dot{\phi} \cos \theta, \quad (20)$$

由式(20)可发现,其中的后3项 $(C(\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})) \dot{\phi} \sin \theta$ 、 $(C' \dot{\phi} \cos \theta) \dot{\phi} \sin \theta$ 和 $((A + B') \dot{\phi} \sin \theta) \dot{\phi} \cos \theta$ 分别包含了惯性元件 I_1, I_2 和 I_4 的流变量,并且满足二端口元件调制回转器 MGY 的组成关系,因此,将惯性元件 I_1, I_2 和 I_4 所在的1-结与惯性元件 I_5 所在地1-结分别 MGY 连

接,得到系统完整的键合图模型(图3)。

3 20-sim 仿真分析

20-sim 是一种可以运行在 Windows 和 Sun-Unix 操作系统下的面向对象的建模和仿真平台,可以实现基于键合图模型的自动建模与仿真^[7]。因此,本文采用 20-sim 仿真软件对模型进行仿真分析。

将图 3 所示的陀螺仪键合图模型输入 20-sim 仿真软件中,取 $A=2$ 、 $A'=1.4$ 、 $B'=1.2$ 、 $C=4$ 、 $C'=2.6$ 、 $C''=2.2$ 。

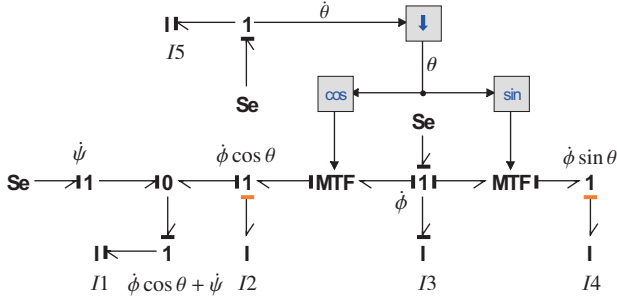


图2 系统的键合图结构框架

Fig.2 Bond graph structure of the system

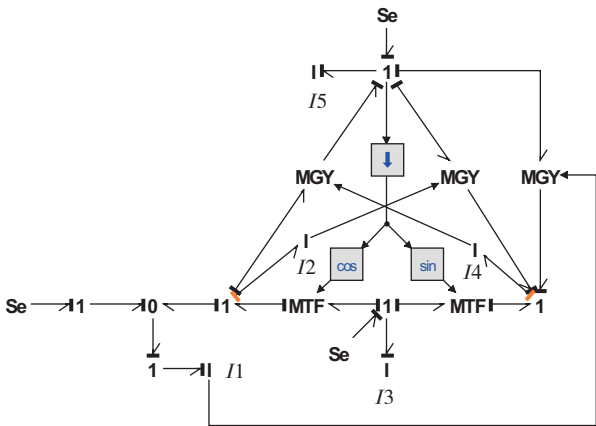


图3 陀螺仪的键合图模型

Fig.3 Bond graph model of gyroscope

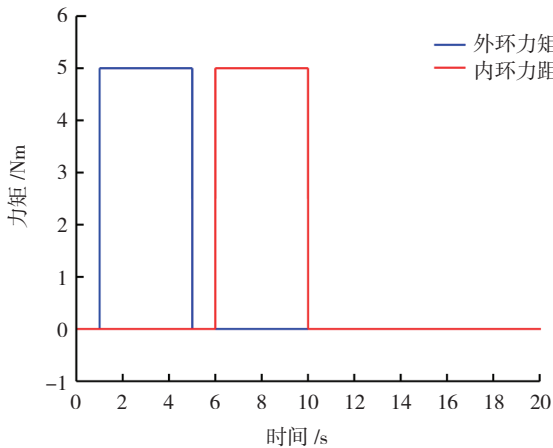


图4 外作用力矩图

Fig.4 External action torque diagram

转子轴的扭矩为 10Nm,内环和外环的扭矩如图 4 所示,设置仿真时间为 20s,选用 Backward Differentiation Formula 求解器求解,仿真后得到 θ 、 ϕ 、 ψ 的曲线如图 5~7 所示。

由图 5~7 中的角位移分别对应于内平衡环、外平衡环及转子沿其对应的旋转轴转动的角位移。由于转子

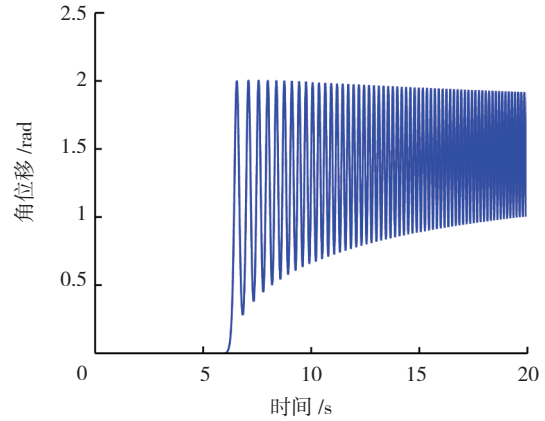


图5 θ 的仿真曲线

Fig.5 Simulation curve of θ

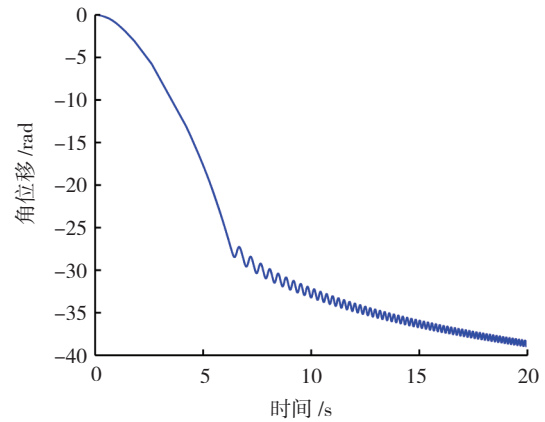


图6 ϕ 的仿真曲线

Fig.6 Simulation curve of ϕ

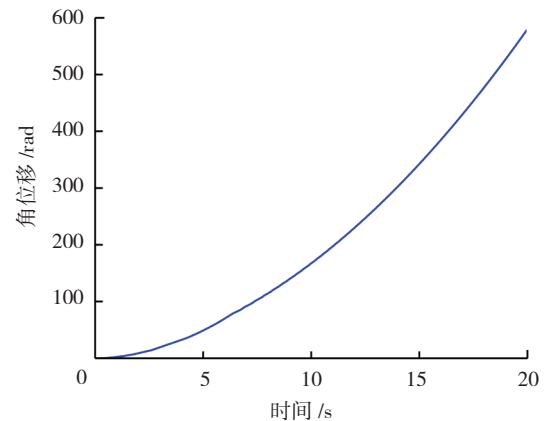


图7 ψ 的仿真曲线

Fig.7 Simulation curve of ψ

(下转第71页)